Fête du QCM

QCM – Métropole – Antilles Guyane – Le 11 mai 2022 – Jour 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les six questions sont indépendantes

1. La courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-2x^2+3x-1}{x^2+1}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

a. $x = -2$; **b.** $y = -1$;

c. $y = -2$; **d.** $y = 0$

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{x^2}$.

La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 1$ est définie par :

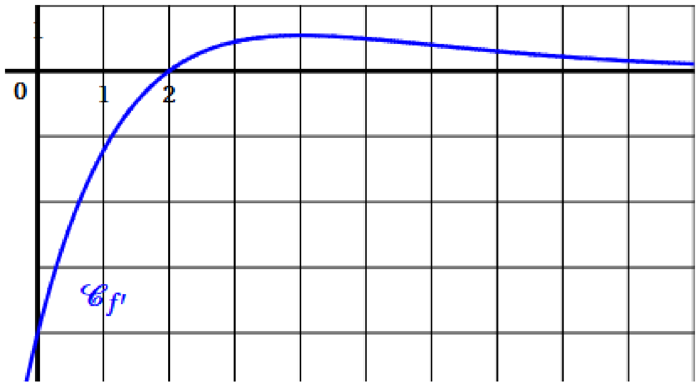
a. $F(x) = \dfrac{x^2}{2}\mathrm{e}^{x^2}$; **b.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$

c. $F(x) = \left(1+2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2}$; **d.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2} + \dfrac{1}{2}$

3.

On donne ci-contre la représentation graphique $\mathscr{C}_{f'}$ de **la fonction dérivée** f' d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
On peut affirmer que la fonction f est :

a. concave sur $]0\,;\,+\infty[$;
b. convexe sur $]0\,;\,+\infty[$;
c. convexe sur $[0\,;\,2]$;
d. convexe sur $[2\,;\,+\infty[$.



4. Parmi les primitives de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\mathrm{e}^{-x^2} + 2$:

a. toutes sont croissantes sur $\mathbb{R}$; **b.** toutes sont décroissantes sur $\mathbb{R}$;

c. certaines sont croissantes sur $\mathbb{R}$ et d'autres décroissantes sur $\mathbb{R}$; **d.** toutes sont croissantes sur $]-\infty\,;\,0]$ et décroissantes sur $[0\,;\,+\infty[$.

5. La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2\ln x}{3x^2+1}$ est égale à :

a. $\dfrac{2}{3}$;   **b.** $+\infty$;   **c.** $-\infty$;   **d.** 0.

6. L'équation $e^{2x} + e^x - 12 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$:

a. trois solutions ;   **b.** deux solutions ;   **c.** une seule solution ;   **d.** aucune solution.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x + 1.$$

Parmi les quatre expressions suivantes, laquelle est celle de la fonction dérivée de f ?

a. $\ln(x)$	**b.** $\dfrac{1}{x} - 1$	**c.** $\ln(x) - 2$	**d.** $\ln(x) - 1$

2. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = x^2[1 - \ln(x)]$.
Parmi les quatre affirmations suivantes, laquelle est correcte?

a. $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = +\infty$	**b.** $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = -\infty$	**c.** $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = 0$	**d.** La fonction g n'admet pas de limite en 0.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 0,9x^2 - 0,1x$. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$ est :

a. 0	**b.** 1	**c.** 2	**d.** 3

4. Si H est une primitive d'une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$, et si k est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = h(2x)$, alors, une primitive K de k est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $K(x) = H(2x)$	**b.** $K(x) = 2H(2x)$	**c.** $K(x) = \dfrac{1}{2}H(2x)$	**d.** $K(x) = 2H(x)$

5. L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1 de la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$ est :

a. $y = \mathrm{e}x + \mathrm{e}$	**b.** $y = 2\mathrm{e}x - \mathrm{e}$	**c.** $y = 2\mathrm{e}x + \mathrm{e}$	**d.** $y = \mathrm{e}x$

6. Les nombres entiers n solutions de l'inéquation $(0,2)^n < 0,001$ sont tous les nombres entiers n tels que :

a. $n \leqslant 4$	**b.** $n \leqslant 5$	**c.** $n \geqslant 4$	**d.** $n \geqslant 5$

QCM -Centres Etrangers – Le 11 mai 2022 – Sujet 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Les six questions sont indépendantes.

Une réponse incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right)$.
Sur $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 2022$

a. n'admet aucune solution.
b. admet exactement une solution.
c. admet exactement deux solutions.
d. admet une infinité de solutions.

2. Soit la fonction g définie pour tout réel x strictement positif par :

$$g(x) = x\ln(x) - x^2$$

On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

a. La fonction g est convexe sur $]0\,;\,+\infty[$.
b. La fonction g est concave sur $]0\,;\,+\infty[$.
c. La courbe $\mathscr{C}_g$ admet exactement un point d'inflexion sur $]0\,;\,+\infty[$.
d. La courbe $\mathscr{C}_g$ admet exactement deux points d'inflexion sur $]0\,;\,+\infty[$.

3. On considère la fonction f définie sur $]-1\,;\,1[$ par

$$f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$$

Une primitive de la fonction f est la fonction g définie sur l'intervalle $]-1\,;\,1[$ par :

a. $g(x) = -\frac{1}{2}\ln\left(1 - x^2\right)$
b. $g(x) = \dfrac{1 + x^2}{\left(1 - x^2\right)^2}$
c. $g(x) = \dfrac{x^2}{2\left(x - \frac{x^3}{3}\right)}$
d. $g(x) = \frac{x^2}{2}\ln\left(1 - x^2\right)$

4. La fonction $x \longmapsto \ln\left(-x^2 - x + 6\right)$ est définie sur

a. $]-3\,;\,2[$
b. $]-\infty\,;\,6]$
c. $]0\,;\,+\infty[$
d. $]2\,;\,+\infty[$

5. On considère la fonction f définie sur $]0,5\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x^2 - 4x + 3\ln(2x-1)$$

Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 4x - 7$

b. $y = 2x - 4$

c. $y = -3(x-1) + 4$

d. $y = 2x - 1$

6. L'ensemble S des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(x+3) < 2\ln(x+1)$ est :

a. $S =]-\infty\ ;\ -2[\cup]1\ ;\ +\infty[$

b. $S =]1\ ;\ +\infty[$

c. $S = \emptyset$

d. $S =]-1\ ;\ 1[$

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Un récipient contenant initialement 1 litre d'eau est laissé au soleil.

Toutes les heures, le volume d'eau diminue de 15 %.

Au bout de quel nombre entier d'heures le volume d'eau devient-il inférieur à un quart de litre ?

a. 2 heures **b.** 8 heures . **c.** 9 heures **d.** 13 heures

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 4\ln(3x)$.

Pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, on a :

a. $f(2x) = f(x) + \ln(24)$ **b.** $f(2x) = f(x) + \ln(16)$

c. $f(2x) = \ln(2) + f(x)$ **d.** $f(2x) = 2f(x)$

3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]1\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{\ln(x)}{x-1}.$$

On note $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthogonal. La courbe $\mathcal{C}_g$ admet :

a. une asymptote verticale et une asymptote horizontale.

b. une asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.

c. aucune asymptote verticale et une asymptote horizontale.

d. aucune asymptote verticale .et aucune asymptote horizontale.

Dans la suite de l'exercice, on considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0\,;2]$ par :

$$h(x) = x^2[1+2\ln(x)].$$

On note $\mathscr{C}_h$ la courbe représentative de h dans un repère du plan.
On admet que h est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\,;2]$.
On note h' sa dérivée et h'' sa dérivée seconde.
On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;2]$, on a :

$$h'(x) = 4x(1+\ln(x)).$$

4. Sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;2\right]$, la fonction h s'annule :

a. exactement 0 fois.
b. exactement 1 fois.
c. exactement 2 fois.
d. exactement 3 fois.

5. Une équation de la tangente à $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse $\sqrt{\mathrm{e}}$ est :

a. $y = \left(6\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right).x$
b. $y = \left(6\sqrt{\mathrm{e}}\right).x + 2\mathrm{e}$
c. $y = 6\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$
d. $y = \left(6\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right).x - 4\mathrm{e}.$

6. Sur l'intervalle $]0\,;2]$, le nombre de points d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_h$ est égal à :

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3

7. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \quad \text{et} \quad u_0 = 6.$$

On peut affirmer que :

a. la suite (u_n) est strictement croissante.
b. la suite (u_n) est strictement décroissante.
c. la suite (u_n) n'est pas monotone.
d. la suite (u_n) est constante.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^{1000} + x$.

On peut affirmer que :

a. la fonction g est concave sur $\mathbb{R}$.

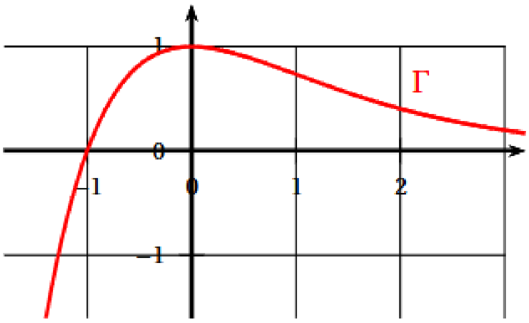
b. la fonction g est convexe sur $\mathbb{R}$.

c. la fonction g possède exactement un point d'inflexion.

d. la fonction g possède exactement deux points d'inflexion.

2. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On note f' sa fonction dérivée.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.
On note Γ la courbe représentative de f'.
On a tracé ci-contre la courbe Γ.



On note T la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 .

On peut affirmer que la tangente T est parallèle à la droite d'équation :

a. $y = x$

b. $y = 0$

c. $y = 1$

d. $x = 0$

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.

On peut affirmer que la suite (u_n) est :

a. majorée et non minorée.

b. minorée et non majorée.

c. bornée.

d. non majorée et non minorée.

4. Soit k un nombre réel non nul.

Soit (v_n) une suite définie pour tout entier naturel n.

On suppose que $v_0 = k$ et que pour tout n, on a $v_n \times v_{n+1} < 0$.

On peut affirmer que v_{10} est :

a. positif. **a.** négatif.
c. du signe de k. **d.** du signe de $-k$.

5. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$w_{n+1} = 2w_n - 4 \quad \text{et} \quad w_2 = 8.$$

On peut affirmer que :

a. $w_0 = 0$ **b.** $w_0 = 5$.
c. $w_0 = 10$. **d.** Il n'est pas possible de calculer w_0.

6. On considère la suite (a_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$a_{n+1} = \frac{\mathrm{e}^n}{\mathrm{e}^n + 1} a_n \quad \text{et} \quad a_0 = 1.$$

On peut affirmer que :

a. la suite (a_n) est strictement croissante. **b.** la suite (a_n) est strictement décroissante.
c. la suite (a_n) n'est pas monotone. **d.** la suite (a_n) est constante.

7. Une cellule se reproduit en se divisant en deux cellules identiques, qui se divisent à leur tour, et ainsi de suite.

On appelle temps de génération le temps nécessaire pour qu'une cellule donnée se divise en deux cellules.

On a mis en culture 1 cellule. Au bout de 4 heures, il y a environ 4 000 cellules.

On peut affirmer que le temps de génération est environ égal à :

a. moins d'une minute. **b.** 12 minutes.
c. 20 minutes. **d.** 1 heure.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1.

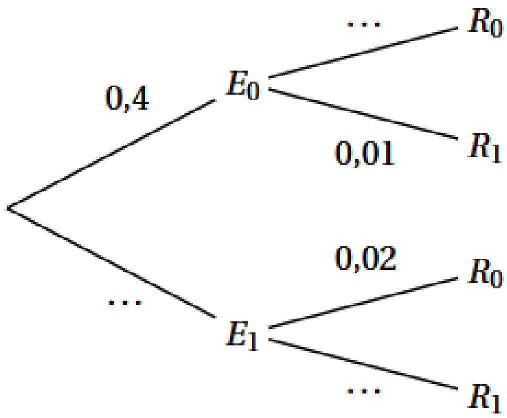
Chaque 0 ou 1 est appelé bit.

En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission :

un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :

$p(E_0) = 0,4$; $p_{E_0}(R_1) = 0,01$; $p_{E_1}(R_0) = 0,02$.

On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.

On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.

On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

5. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

6. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1-0,12^{10}$ **b.** $0,12^{10}$ **c.** $0,88^{10}$ **d.** $1-0,88^{10}$

7. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à $0,1$.
   On peut affirmer que :

   a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.

On considère :
les points A$(-1\,;\,-2\,;\,3)$, B$(1\,;\,-2\,;\,7)$ et C$(1\,;\,0\,;\,2)$;
la droite Δ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = -4+3t \end{cases}$, où $t \in \mathbb{R}$;
le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne : $3x+2y+z-4=0$;
le plan $\mathscr{Q}$ d'équation cartésienne : $-6x-4y-2z+7=0$.

1. Lequel des points suivants appartient au plan $\mathscr{P}$?
   - **a.** $R(1\,;\,-3\,;\,1)$;
   - **b.** $S(1\,;\,2\,;\,-1)$;
   - **c.** $T(1\,;\,0\,;\,1)$;
   - **d.** $U(2\,;\,-1\,;\,1)$.

2. Le triangle ABC est :
   - **a.** équilatéral ;
   - **b.** rectangle isocèle ;
   - **c.** isocèle non rectangle ;
   - **d.** rectangle non isocèle.

3. La droite Δ est :
   - **a.** orthogonale au plan $\mathscr{P}$;
   - **b.** sécante au plan $\mathscr{P}$;
   - **c.** incluse dans le plan $\mathscr{P}$;
   - **d.** strictement parallèle au plan $\mathscr{P}$.

4. On donne le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 20$.
   Une mesure au degré près de l'angle $\widehat{ABC}$ est :
   - **a.** 34° ;
   - **b.** 120° ;
   - **c.** 90° ;
   - **d.** 0°.

5. L'intersection des plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ est :
   - **a.** un plan ;
   - **b.** l'ensemble vide ;
   - **c.** une droite ;
   - **d.** réduite à un point.